

Individuelle Leistungskontrolle bei mathematischen Massenvorlesungen

Benno Fuchssteiner

AutoMATH, Universität Paderborn, <mailto:benno@mupad.de>

Inhalt des Projektes ist ein webbasierter Übungsbetrieb mit individueller Aufgabengenerierung, Fehleranalyse und Leistungskontrolle bei mathematischen Massenvorlesungen für Anwender. Es wurden bisher die Themenbereiche aus der Vorlesung Mathematik I für Informatiker realisiert. Diese umfassen u.a.: Aussagenlogik, Lineare Algebra, Modulares Rechnen, RSA Verfahren, Mengenalgebra, Polynome. In einer unvollendeten Vorversion des Projektes wurden die Themenbereiche der Vorlesung Mathematik I für Wirtschaftswissenschaftler für einen webbasierten Übungsbetrieb aufbereitet.

Wir haben ein System für ein webbasiertes Training mathematischer Fertigkeiten entworfen, als Prototyp realisiert und, nach dem Prinzip des *Blended Learning* als Ergänzung zum klassischen Präsenzübungsbetrieb, im Masseneinsatz erprobt.

Am besten man sieht sich das auf dem Web an (am Ende des Artikels findet man eine kurze Gebrauchsanweisung zur eigenen Erprobung).

Das System, oder besser, die einzelnen Softwarekomponenten, dienen der Leistungskontrolle und Leistungsförderung bei mathematischen Massenvorlesungen. Inhalte sind ein webbasierter Übungsbetrieb mit individueller Aufgabengenerierung, individueller Fehleranalyse und Leistungskontrolle. Die mathematischen Inhalte des Systems werden im Hintergrund vom Computeralgebrasystem *MuPAD* erzeugt. Es werden beim Nutzer aber keine Kenntnisse der Computeralgebra vorausgesetzt, natürlich auch keine Kenntnisse über *MuPAD*. Das System ist für den Einsatz bei mathematischen Vorlesungen für Anwender ausgelegt und wurde in diesem Bereich bereits mit großem Erfolg erprobt. Nach anfänglicher Skepsis waren die studentischen Stellungnahmen enthusiastisch.

Der webbasierte Übungsbetrieb läuft folgendermaßen ab: Der Studierende registriert sich auf einer Webseite und bekommt für die weitere Arbeit mit dem Online-Übungsbetrieb eine Identität und ein Passwort zugewiesen. Er kann dann im Laufe des Semesters eine vom Dozenten festgelegte Anzahl von Übungsproblemen auf dem Web abrufen. Die einzelnen Probleme gehören zu Themenkreisen, die für alle Studenten gleich sind, das jeweilige Problem für den einzelnen Studenten wird allerdings gemäss dessen Identität während des Abrufs generiert. Durch die Zuteilung individuell generierter Aufgaben wird das Kopieren von Übungsleistungen verhindert.

In der folgenden Abbildung sehen Sie den Anfang der Webseite mit der Aufgabenstellung zum Thema Gaußalgorithmus. Es ist die Aufgabenstellung, welche der Matrikelnummer 2000000 zugewiesen wurde. Die Ausgabe ist Plattform-unabhängig und weitgehend Browser-unabhängig. Eine unangenehme Schwierigkeit stellt die dynamische Formeldarstellung im Web dar. Da es noch keinen Browser gab, welcher MathML rendern konnte¹, mußten

¹ Mozilla 1.0 war noch nicht verfügbar. Die Installation von MathML-fähigen Plugins durch die Studenten sollte vermieden werden.

mathPAD

hier durch einen Hack Graphiken dynamisch eingebunden werden, denn die Formeln mussten ja für alle Studierenden verschieden sein und werden daher erst direkt vor dem Aufbau der Webseite generiert. Einstweilen (und das bleibt noch eine Weile so) werden die Formeln auf folgende Weise erstellt: *MuPAD* erzeugt $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ -Output, $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ erzeugt dann eine dvi-Datei, diese wird dann mehrfach behandelt und am Ende zu einer png-Grafikdatei umgewandelt, welche dann in die Webseite eingebunden wird. Für mich war es überraschend, wie schnell das auch auf einem langsamen Server funktioniert.

Miniprojekte Online, herzlich willkommen!

[Zurück zum Eingabemodus](#)

Eingabe:
mini(7)
Eingabe wird im Aufgabentool verarbeitet

Miniprojekt 7: (Aufgabe zur Matrikelnummer 2000000)

Beispielrechnung

Sie sollen den Gaußalgorithmus für die folgende 5 mal 5-Matrix durchführen.

$$\begin{pmatrix} -1 & 1/2 & -1 & 0 & 0 \\ -1/2 & 1/4 & -3/2 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 5/2 & 0 & 0 \\ 1 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -7/3 & 7/3 & 1 \end{pmatrix}$$

Sie sollen nun alle notwendigen Schritte des Gaußalgorithmus durchgehen, und diese Schritte in der richtigen Reihenfolge notieren. Dafür wählen Sie bitte folgende Notation (jede davon abweichende Notation führt dazu, dass Ihre Lösung nicht als richtig erkannt wird):

1. Vertauschen der Zeilen i und k:	Notation: [i,k,0]
2. Addition des a-fachen der i-ten Zeile zur k-ten Zeile:	Notation: [i,k,a]
3. Multiplikation der i-ten Zeile mit dem Faktor a:	Notation: [0,i,a]

Zusammen mit der Problemstellung wird der/dem Studierenden eine spezielle Abgabeform des Ergebnisses vorgeschrieben. Diese Vorschrift zwingt dazu, auch charakteristische Zwischenergebnisse anzugeben, die natürlich von der jeweiligen Aufgabe abhängen. Eine Abgabe des Endergebnisses reicht i.A. nicht, denn sonst könnte die Lösung ja in vielen Fällen sehr einfach mit einem Computeralgebrasystem erzeugt werden. Die/der Studierende hat dann einen großzügig bemessenen Zeitraum für die Abgabe der Übung. Die Abgabe der Lösung geschieht durch Eintrag in eine Webseite, dabei wird die Richtigkeit der Lösung, wieder bezogen auf die Identität des einzelnen Studenten, überprüft. Falsche Lösungen werden nicht akzeptiert, allerdings werden den Studenten bei fehlerhaften Lösungen Fehleranalysen gegeben. Die Fehleranalyse erlaubt es den Ort des ersten auftretenden Fehlers (oder auch die Orte mehrerer Fehler) zu lokalisieren. Die Fehleranalyse kann auch lokal auf dem eigenen Computer des Studierenden durchgeführt werden, er muß dafür allerdings ein entsprechendes *MuPAD*-Notebook herunterladen (dafür braucht er dann eine *MuPAD* Lizenz - aber wie gesagt, es geht auch ohne das). Je nach Konfiguration des Übungstools werden Fehlversuche mit Sanktionen belegt, bei dem eingesetzten Prototypen blieben Fehlversuche ohne Sanktionen und wurden einfach nur verworfen (was m. E. die richtige Alternative ist). Bei Abgabe der richtigen Lösung wird diese in ein Protokoll eingetragen. Der registrierte Nutzer kann dann jederzeit seinen Kontostand richtiger Lösungen abfragen.

Das didaktische Konzept, welches dem Projekt zugrunde liegt, ist simpel. Es besteht darin:

- zusätzlich zur Vermittlung eines begrifflichen und methodischen Apparates der Mathematik die mathematischen **Fertigkeiten** zu verbessern,
- in der Erkenntnis dass Wissen, welches nicht angewandt wird, ein frühes Verfallsdatum hat,

Individuelle Leistungskontrolle bei mathem. Massenvorlesungen

- und im Wissen, dass eine Erhöhung des Selbstvertrauens die Fähigkeiten im Umgang mit Mathematik steigert, und dass eine Erhöhung des Selbstvertrauens nur durch die Erfahrung des erfolgreichen Umgangs mit komplexen mathematischen Sachverhalten möglich ist, wofür eigene und vollständige Lösungen gestellter Probleme nötig sind.

Also bestand die Realisierung des didaktischen Konzepts darin, Werkzeuge zu schaffen, mit denen mathematische Fertigkeiten besser und intensiver als bisher trainiert werden können. Mathematische Hausübungen herkömmlicher Art können in Massenvorlesungen diese Aufgabe m.E. nicht erfüllen, da sie, sofern sie in irgendeiner Weise obligatorisch sind, zu fast 80 Prozent abgeschrieben werden, und, sofern sie nicht obligatorisch sind, meist gar nicht gemacht werden. Also müssen Werkzeuge geschaffen werden, die allen Studierenden eigene individuelle Übungsaufgaben zuteilen und die außerdem eine schnelle und umfassende Antwort über die Richtigkeit der Lösung geben.

Das Projekt ist meines Wissens das erste Projekt bei dem eine völlig individualisierte und nicht datenbankabhängige Vergabe, Fehleranalyse und Kontrolle mathematischer Aufgaben und Übungen für große Studentengruppen durchgeführt wird. Als Konkurrenzprojekt ist mir nur das LON CAPA Projekt bekannt (siehe www.lon-capa.org, welches von einem Konsortium amerikanischer Universitäten durchgeführt wird. LON CAPA hat allerdings eine umfangreichere Zielsetzung, ist aber bei der Realisierung nicht so weit wie das hier beschriebene Projekt.

Die Motivation für das Projekt

Ich kämpfe seit Jahrzehnten gegen die nach meiner Meinung unsinnig hohen und ökonomisch unverantwortbaren Abbrecherzahlen in technischen und naturwissenschaftlichen Fächern an deutschen Hochschulen (Details siehe weiter unten). Diese Abbrecherzahlen werden meiner Meinung nach durch unzureichende Fertigkeiten im Umgang mit mathematischen Sachverhalten und mathematisch formulierten Inhalten der Fachwissenschaften verursacht. Diesem Sachverhalt ist durch Verdichtung des mathematischen Begriffs- und Methodenapparates in der Lehre nicht beizukommen, sondern nur durch ein intensives Training der mathematischen Fertigkeiten und des Basiswissens. Ich mache deshalb seit Jahren Eingangstests zur mathematischen Vorbildung von Studienanfängern und zur Nachhaltigkeit der schulischen Ausbildung. Auf der Basis der daraus gewonnen Erkenntnisse führe ich seit 1997 Experimente bezüglich der sinnvollen Nutzung mathematischer Expertensysteme in mathematischen Massenvorlesungen durch.

Eine bessere Ausbildung in Bezug auf die Beherrschung konkreter mathematischer Fertigkeiten an deutschen Hochschulen ist dringend nötig. Wie weiter unten ausgeführt, haben wir in vielen mathematisch orientierten Studiengängen an deutschen Universitäten eine Erfolgsquote von nur 20-40 Prozent, also eine Abbrecherquote von 60-80 Prozent. Da außerdem die Studienzeiten zu lang sind, lohnt es sich einmal einen Blick auf einen der wenigen Studiengänge mit erträglichen Studienzeiten und deutlich geringerer Abbruchquote zu werfen: die Ausbildung der Juristen. Die dort deutlich bessere Ergebnissituation hat damit zu tun, dass neben der Vermittlung des begrifflichen und methodischen Wissens in Vorlesungen eine erhöhte Vermittlung von Fertigkeiten im Umgang mit den primären Ausbildungsinhalten durch die allgemein üblichen Repetitorien stattfindet. Da mathematische Fertigkeiten eine unabdingbare Voraussetzung für das Studium der Natur- und Ingenieurwissenschaften sind, müssen solche Fertigkeiten besser und intensiver als bisher trainiert werden. Es muss gewissermaßen ein mathematischer Drill installiert werden, der allerdings so gestaltet sein muss, dass er nicht abschreckt, sondern den Studierenden Freude bereitet. Der Drill muss also einhergehen mit Maßnahmen zur Erhöhung der Motivation für den Umgang mit mathematischen Sachverhalten, weiterhin muss den Studierenden ein größeres Selbstvertrauen in ihre eigenen Fähigkeiten zur Lösung komplexerer mathematischer Sachverhalte vermittelt werden. Genau diese Effekte werden (und wurden) mit dem hier vorgestellten Projekt erzielt. Was die Erhöhung der Motivation angeht, sei hier ein Beispiel aus dem Wintersemester 2001/2002 angeführt, welches zeigt, welche Begeisterung der webbasierte Übungsbetrieb bei meinen Studenten auslöste: An einem Sonntag Abend konnte ich um 22 Uhr eine neues "Mini-projekt" ins Netz stellen. In der Nacht fiel mir ein Fehler auf, der für einige Spezialfälle auftreten konnte. Damit bei meinen Studenten dieser seltene Fehler nicht auftreten könne, setzte ich mich am Montag Morgen um 6 Uhr an den Rechner, um die Reparatur auszuführen. Zu meiner großen Verwunderung hatten zu dieser Zeit (also während der Nacht an einem Wochenende) schon über 250 Studenten das relativ komplexe Problem bearbeitet.

mathPAD

Eine Verbesserung des Erfolgs mathematischer Lehre für Anwender wurde in diesem Falle also erzielt durch:

- Vermittlung besserer Fertigkeiten im Umgang mit mathematischen Methoden
- Erhöhung der Freude am Lösen mathematische Probleme
- Verkürzung der Korrekturzeiten auf (fast) Null und damit eine Erhöhung der Aktualität von Fehlerhinweisen
- Erhöhung des Selbstvertrauens in die eigenen Fähigkeiten zur Lösung komplexer mathematischer Sachverhalte.

Ich hoffe, dass das System eine effizientere Nutzung personeller Ressourcen und eine bessere Ausbildung in Bezug auf die Beherrschung konkreter mathematischer Fertigkeiten ermöglicht. Die wichtigste strukturelle Auswirkung liegt allerdings in einer Erhöhung studentischer Erfolgsquoten: In vielen mathematisch orientierten Studiengängen haben wir, wie schon oben angeführt, bundesweit eine Erfolgsquote von nur 25-40 Prozent zu verzeichnen, zum Beispiel haben wir in der Informatik eine Erfolgsquote von nur 35 Prozent, oder in den Wirtschaftswissenschaften von ca. 40 Prozent. In der Mathematik selbst liegt sie bei 20 Prozent. Man kann sich darüber unter anderem informieren bei:

http://www.uni-essen.de/isa/fg_naturwiss/informatik/informatik_hs_frm.htm

Die bittere Wahrheit ist einfach die: Unsere Universitäten bekommen die intellektuelle Spitze von circa 30 Prozent eines Altersjahrganges, und schicken davon in manchen Fächern bis zu zwei Drittel erfolglos weg. Dies ist ein ökonomischer Malus ersten Ranges. Meiner Meinung nach liegt hier ein ernstes Problem, ein Problem zu dessen rationaler Lösung das Fach Mathematik einen nicht geringen Beitrag leisten kann, denn häufig sind die Schwierigkeiten, die zum Abbruch führen, im Umgang mit Mathematik begründet, nicht nur im Fach selbst, sondern, und vielleicht hauptsächlich, in der mathematisch-strukturellen Durchdringung anderer Fächer. Dieses Problem kann deshalb nur durch eine gezielte Erhöhung der mathematischen **Fertigkeiten** der Studierenden (nicht durch Vergrößerung des mathematischen Begriffsapparates) in Angriff genommen werden. Im Rahmen der Erprobung der Projektarbeiten konnten die Erfolgsquoten in mathematischen Vorexamensklausuren von bisher zwischen 45 und 75 Prozent auf über 90 Prozent gesteigert werden, dies ohne das mathematische Anspruchsniveau zu senken (die Klausuren sind im Web einsehbar). Zudem konnte beobachtet werden, dass der Prozentsatz der Studierenden, die sich zum frühest möglichen Zeitpunkt zur Vorexamensklausur meldeten, beachtlich höher als sonst lag (im Wintersemester 2001/2002 meldeten sich von ca. 700 Studienanfängern mehr als 600 zum ersten Klausurtermin an, der nur drei Wochen nach Semesterschluss lag). Es lässt sich m.E. kaum eine größere strukturelle Auswirkung auf unsere Hochschulen denken, als sie durch eine Erhöhung der studentischen Erfolgsquoten gegeben wäre. Da ich weiß, dass eine gezielte Erhöhung von studentischen Erfolgsquoten keineswegs überall auf Beifall stößt, erlaube ich mir hier noch eine Anmerkung: Hohe studentische Erfolgsquoten sind per se nicht ungewöhnlich, zum Beispiel haben wir in England vielerorts eine Erfolgsquote von über 85 Prozent, was sich auch in den vom angelsächsischen Bildungssystem beeinflussten Ländern zeigt (Indien hat z.B. eine Erfolgsquote von mehr als 80 Prozent bei einer sehr, sehr großen Universitätsdichte). Es macht wenig Sinn, aus Ländern, in denen wir zum Teil massiv Entwicklungshilfe leisteten, und die einfach ein anderes und zahlenmäßig effizienteres Ausbildungssystem haben - aber trotzdem kein selektiveres (wie über 1000 Universitäten in Indien zeigen) - Spitzenkräfte für Innovationen im Hochtechnologiebereich gezielt zu importieren und bei uns hingegen einen großen Teil eines Altersjahrganges ohne Hochschulabschluss - zum Teil nach erheblicher Studiendauer - von den Hochschulen wegzuschicken. Man möge dies nicht als Votum gegen eine weltweite Liberalisierung des Arbeitsmarktes verstehen, sondern als Votum dafür, in einem weltweit liberalisierten Arbeitsmarkt erfolgreich mitzuspielen - bzw. unsere Studenten mitspielen zu lassen.

Erprobung

Eine indirekte Evaluation wurde durch Erprobung in der Praxis durchgeführt. Es nahmen im WS 2001/2002 fast 650 Studierende an den individualisierten elektronischen Hausübungen (Miniprojekte) teil, und von diesen wurden über 16000 verschiedene Lösungen abgegeben. Es wurden dabei insgesamt ca. 8000 unterschiedliche Lösungen als richtig anerkannt und den Studierenden gutgeschrieben.

Individuelle Leistungskontrolle bei mathem. Massenvorlesungen

Probieren Sie es aus!

Sie können die Miniprojekte zur Mathematik für Informatiker I ausprobieren ohne MuPAD installiert zu haben. Sie müssen dafür ins Web gehen:

http://math-www.upb.de/LOCAL/LEHRE_UNIPB/WIWI_WS01/informatik.shtml.

Dann sehen Sie zuerst einmal in Miniprojekte Info hinein, oder Sie gehen gleich zum Miniprojekte Tool. Dafür brauchen Sie eine Nutzeridentität und ein Passwort. Beides können Sie sich selbst generieren (siehe unten). Zu Ihrer Bequemlichkeit habe ich Ihnen eine Superuseridentität angelegt:

Matrikelnummer: 2000000, Passwort: probe12

Im Tool geben Sie Matrikelnummer und Passwort ein, dann lassen Sie sich z. B. das Miniprojekt 7 zu Ihrer Matrikelnummer durch Eingabe von `mini(7)` erzeugen (Button **abschicken** aktivieren!). Es gibt gegenwärtig Aufgaben zu 16 Themen. Mit der Superuser Identität können Sie sich Miniprojekte zu anderen Matrikelnummern erzeugen, dies geschieht durch Eingabe von z.B. `mini(7,123456)`, wobei 123456 die gewünschte Matrikelnummer ist. Wenn Sie mathematische Schwierigkeiten oder Verständnisschwierigkeiten haben, dann gehen Sie auf den Link **Beispielrechnung**. Danach, oder später, lösen Sie die Aufgabe und geben das Ergebnis in der gewünschten Form ein. Wenn Sie eine Lösung abgeben wollen, dann tun Sie dies bitte in der vorgeschriebenen Form in demselben Fenster. Sie können dies als Superuser für jede Studentenidentität tun, ohne Superuser Status können Sie nur Lösungen für die Matrikelnummer abgeben unter der Sie sich eingeloggt haben. Korrekte Abgaben (für fiktive Studenten) finden Sie in den meisten Beispielrechnungen, einige werden unten angegeben.

Beim ersten Mal machen Sie wahrscheinlich entweder syntaktische (manchmal auch mathematische Fehler), das Tool gibt Ihnen dazu Hilfen. In zukünftigen Versionen wird die Übungsabgabe weiter vereinfacht.

Wenn Sie Ihren Punktestand abfragen wollen, so geschieht das durch Eingabe von `status`. Als Superuser können Sie auch fremde Punktestände abfragen. Dafür geben Sie einfach `status_1234560` ein, wenn Sie z. B. für den Nutzer mit der Matrikelnummer 1234560 interessieren.

Neue und eigene Identitäten legen Sie sich selbst durch Anklicken der Sektion **Orga Übungen**, und da dann wieder den Link **Orga Übungen**, an. Sie sollten sich eine Zahl zwischen 2000000 und 3000000 wählen, die durch 11 oder 10 teilbar ist. Die Zahl darf noch nicht belegt sein (was bei diesen Zahlen auch nicht sehr wahrscheinlich ist). Bei selbst generierten Identitäten können Sie sich neue Passwörter zuteilen lassen, diese gehen dann an die von Ihnen angegebene Email Adresse. Das Superuserpasswort können Sie nicht ändern.

Hier folgen nun einige richtige Abgaben für den Studenten 1234560 (was Sie am zweiten Eintrag der Liste sehen). Sie sollten diese Einträge nutzen und eventuell ändern, wenn Sie sehen wollen, was bei falschen Lösungen passiert.

Korrekte Resultate für den Studenten Nr. 1234560 sind:

Problem 1:

```
[1,1234560, [{[V, z], [z, q], [1,R], [R, W], [W, 2], [q, 1], [2, V]},  
{[V, W], [z, 2], [1, z], [R,q], [W, 1], [q, V], [2, R]} ]]
```

Problem 3:

```
[3, 1234560, [1,[938054, 642949, 295105, 52739, 31410, 21329,  
10081, 1167, 745, 422, 323, 99, 26, 21, 5, 1, 0]]]
```

Problem 16:

```
[16,1234560,[-2,-3,-1]]
```

Problem 12:

```
[12,1234560, [sqrt(1/2), [[26/55, 2], [-1/2, 1], [1,3], [-13/55, 0]]]]
```

Viel Spaß! Und wenn Sie genügend Punkte erhalten, dann stelle ich Ihnen einen Übungsschein aus.